

傾向と対策

- 幾つかの公式を覚える
- 電流/電圧計の内部抵抗について理解する
⇒ あとは、オームの法則程度で解ける
- 空欄補充, 式導出, 正誤判定など様々
- 超重要なトピックなのでぜひ抑えておきたい

? 過去問題

(H21.7) A-18

抵抗と電流の測定値から抵抗で消費する電力を求めるときの測定の誤差率 ε を表す式として、最も適切なものを下の番号から選べ。ただし、抵抗の真値を R [Ω], 測定誤差を ΔR [Ω], 電流の真値を I [A], 測定誤差を ΔI [A] とする。また、抵抗及び電流の誤差率 $\Delta R/R$ 及び $\Delta I/I$ は、1より十分小さいものとする。

直流回路の測定誤差(2題)

1 $\varepsilon \doteq \Delta I/I + \Delta R/R$

2 $\varepsilon \doteq \Delta I/I \times \Delta R/R$

3 $\varepsilon \doteq \Delta I/I + 2(\Delta R/R)$

4 $\varepsilon \doteq 2(\Delta I/I) + \Delta R/R$

5 $\varepsilon \doteq 2(\Delta I/I + \Delta R/R)$



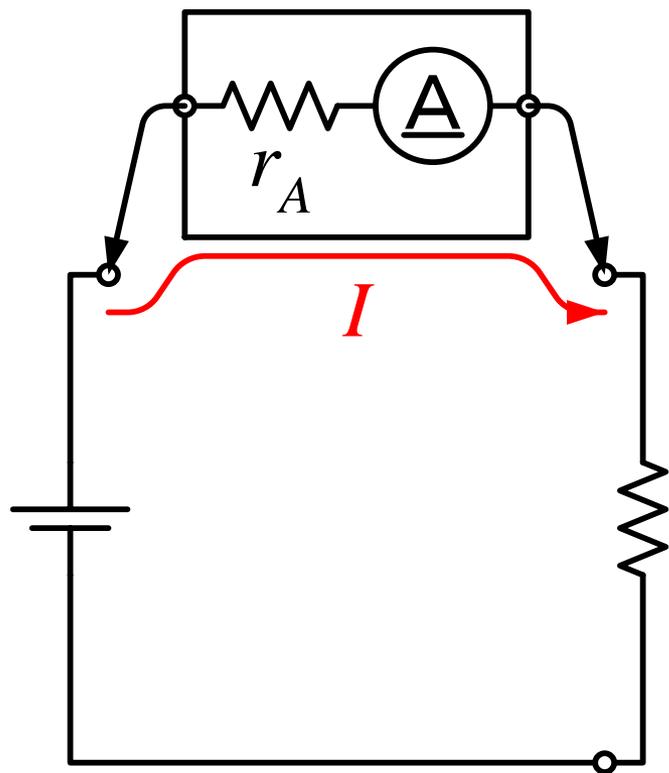
要点整理

【公式1】測定誤差と誤差率

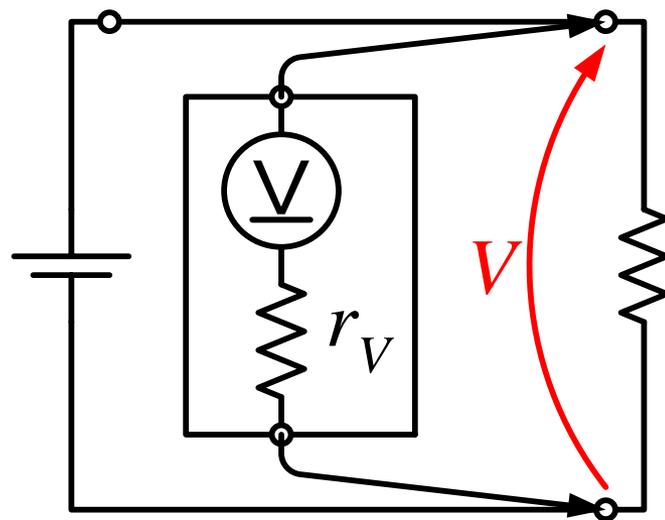
$$\text{誤差率} \quad \varepsilon = \frac{\text{測定誤差}}{\text{真値}} = \frac{\text{測定値} - \text{真値}}{\text{真値}}$$

【基本】直流計器の内部抵抗

直流電流計

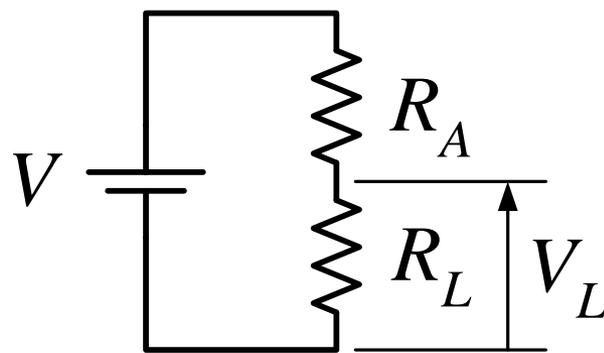


直流電圧計



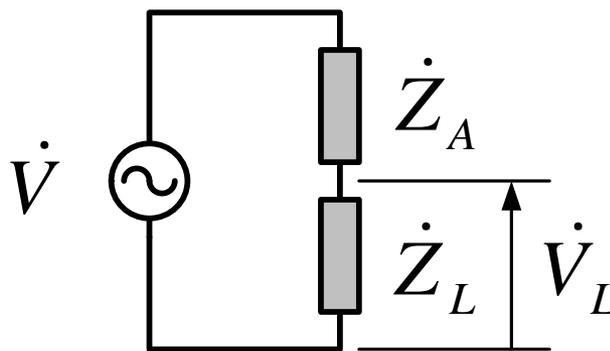
【公式2】 抵抗による分圧

$$V_L = \frac{R_L}{R_A + R_L} V$$



交流でも同じ

$$\dot{V}_L = \frac{\dot{Z}_L}{\dot{Z}_A + \dot{Z}_L} \dot{V}$$





解答例

まずは落ち着いて、選択肢を注視しよう！

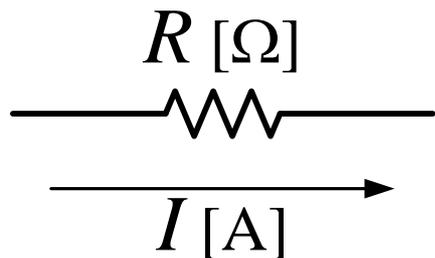
いくつかのことに気づきますか？

- すべての選択肢が「 \approx 」の数式
⇒ どこかで「近似」を使うはず。
- 選択肢2だけ仲間はずれ(これだけ掛け算)
⇒ 正解の可能性薄いかも...
- べき乗の項は無い
(I^2 だけの ΔR^3 といった項が無い)

直流回路の測定誤差(2題)

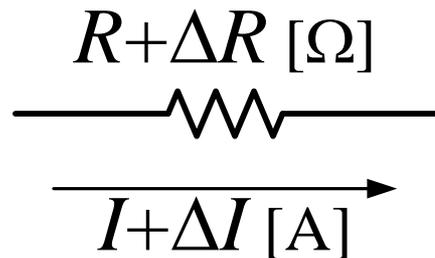
題意を回路図で整理する。

[真値]



$$P = I^2 R \text{ [W]}$$

[測定値]



$$P_m = (I + \Delta I)^2 (R + \Delta R) \text{ [W]}$$

改めて、パラメータを整理しておく。

電力の真値 $P = I^2 R$ (1)

電力の測定値 $P_m = (I + \Delta I)^2 (R + \Delta R)$ (2)

直流回路の測定誤差(2題)

誤差率は、公式1より直ちに、

$$\begin{aligned}\varepsilon &= \frac{P_m - P}{P} = \frac{(I + \Delta I)^2 (R + \Delta R) - I^2 R}{I^2 R} \\ &= \frac{(I^2 + 2I \cdot \Delta I + \Delta I^2)(R + \Delta R) - I^2 R}{I^2 R} \\ &= \frac{I^2 R + 2IR \cdot \Delta I + R \cdot \Delta I^2}{I^2 R} \\ &\quad + \frac{I^2 \Delta R + 2I \cdot \Delta I \cdot \Delta R + \Delta I^2 \Delta R - I^2 R}{I^2 R}\end{aligned}$$

直流回路の測定誤差(2題)

$$\begin{aligned} &= \frac{2IR \cdot \Delta I}{I^2 R} + \frac{R \cdot \Delta I^2}{I^2 R} + \frac{I^2 \Delta R}{I^2 R} \\ &\quad + \frac{2I \cdot \Delta I \cdot \Delta R}{I^2 R} + \frac{\Delta I^2 \Delta R}{I^2 R} \\ &= \frac{2\Delta I}{I} + \frac{\Delta I^2}{I^2} + \frac{\Delta R}{R} + \frac{2\Delta I \Delta R}{IR} + \frac{\Delta I^2 \Delta R}{I^2 R} \quad (3) \end{aligned}$$

さあ, 困った。

これ以上簡単にできそうにない...

そこで...

直流回路の測定誤差(2題)

選択肢をもう一度よく見よう。

- 近似を使うらしい
- どの選択肢もべき乗の項が無い

$$\varepsilon = \frac{2\Delta I}{I} + \frac{\Delta I^2}{I^2} + \frac{\Delta R}{R} + \frac{2\Delta I\Delta R}{IR} + \frac{\Delta I^2\Delta R}{I^2R} \quad (3再)$$

式(3)と選択肢の共通点は...

選択肢は $(\Delta R/R)$ 及び $(\Delta I/I)$ の項のみで...

式(3)にも同じ項がある！

そして、式(3)には、 ΔI^2 、 ΔR^2 や $\Delta I\Delta R$ が余分！

待てよ...

直流回路の測定誤差(2題)

一般的に誤差 ΔI 及び ΔR は小さいはず...
では, ΔI^2 , ΔR^2 や $\Delta I\Delta R$ は, もっと小さいのではないか?

$$\varepsilon = \frac{2\Delta I}{I} + \frac{\Delta I^2}{I^2} + \frac{\Delta R}{R} + \frac{2\Delta I\Delta R}{IR} + \frac{\Delta I^2\Delta R}{I^2R} \quad (3\text{再々})$$

$$\therefore \varepsilon \cong \frac{2\Delta I}{I} + \frac{\Delta R}{R} \quad (4)$$

正しい選択肢は4。

? 過去問題

(H20.1) A-17

次の記述は、図に示す回路を用いて抵抗 R [Ω] で消費される電力を測定したときの誤差について述べたものである。___内に入れるべき字句の正しい組合せを下の番号から選べ。ただし、直流電流計Aの指示値が I [A]、直流電圧計Vの指示値が V [V] のときの電力の測定値 P は、 VI [W] とする。また、Aの内部抵抗を R_A [Ω]、Vの内部抵抗を R_V [Ω] とする。

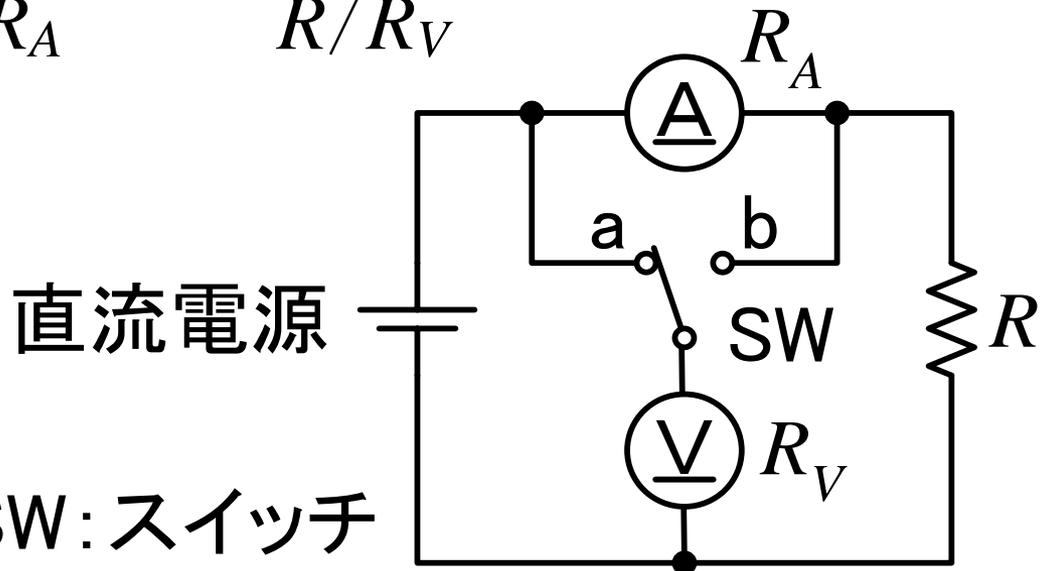
直流回路の測定誤差(2題)

(1) SWをaに入れたとき, P には A で消費される電力が含まれるので, P の百分率誤差の値は, B $\times 100$ [%] である。

(2) SWをbに入れたとき, P の百分率誤差の値は, C $\times 100$ [%] である。

直流回路の測定誤差(2題)

	A	B	C
1	R_A	R/R_A	R_V/R
2	R_A	R_A/R	R/R_V
3	R_A	R/R_A	R/R_V
4	R_V	R_A/R	R_V/R
5	R_V	R/R_A	R/R_V



直流回路の測定誤差(2題)



解答例

題意より、電力の測定値 P は、電流計と電圧計の指示値のみから決められ、

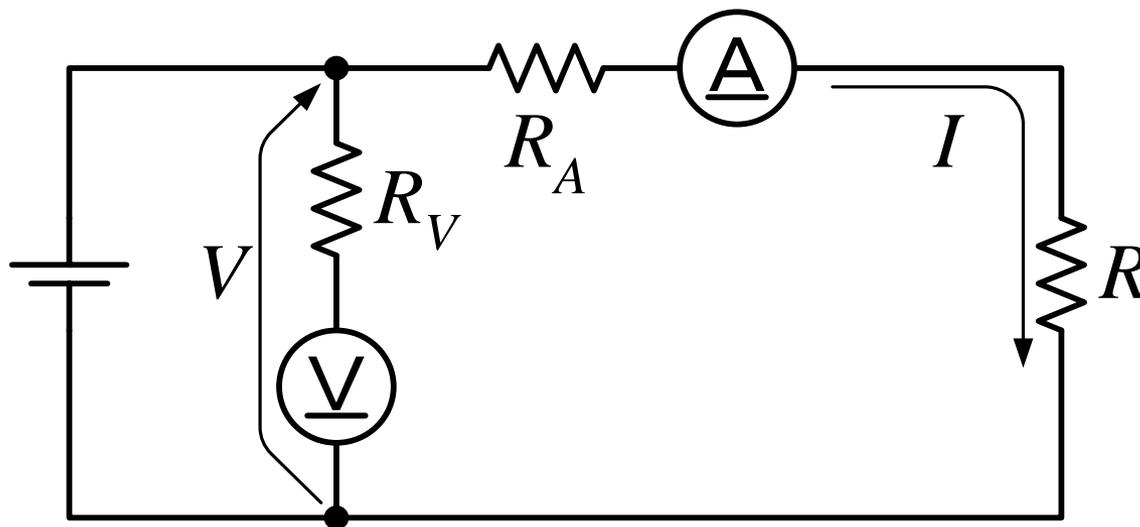
$$P = VI \quad (\text{a1})$$

以下、SWをaに入れたとき、SWをbに入れたときに場合分けして考える。

直流回路の測定誤差(2題)

(i) SWをaに入れたとき

内部抵抗を含む回路図を整理する。



抵抗 R による消費電力の真値 P_0 は,

$$P_0 = I^2 R \quad (\text{a2})$$

直流回路の測定誤差(2題)

測定誤差は，公式1から直ちに

$$\varepsilon = \frac{P - P_0}{P_0} = \frac{P}{P_0} - 1 \quad (\text{a3})$$

これに，式(a1)(a2)を代入し，

$$\varepsilon = \frac{P}{P_0} - 1 = \frac{VI}{I^2 R} - 1 = \frac{V}{IR} - 1 \quad (\text{a4})$$

空欄Bの選択肢は， R と R_A との分数であるから，この式の V と I が余計。

そこで，電圧 V に着目すると...

直流回路の測定誤差(2題)

電流 I が通る二つの直列抵抗 R_A , R の電位降下に等しいので,

$$V = I(R_A + R) \quad (\text{a5})$$

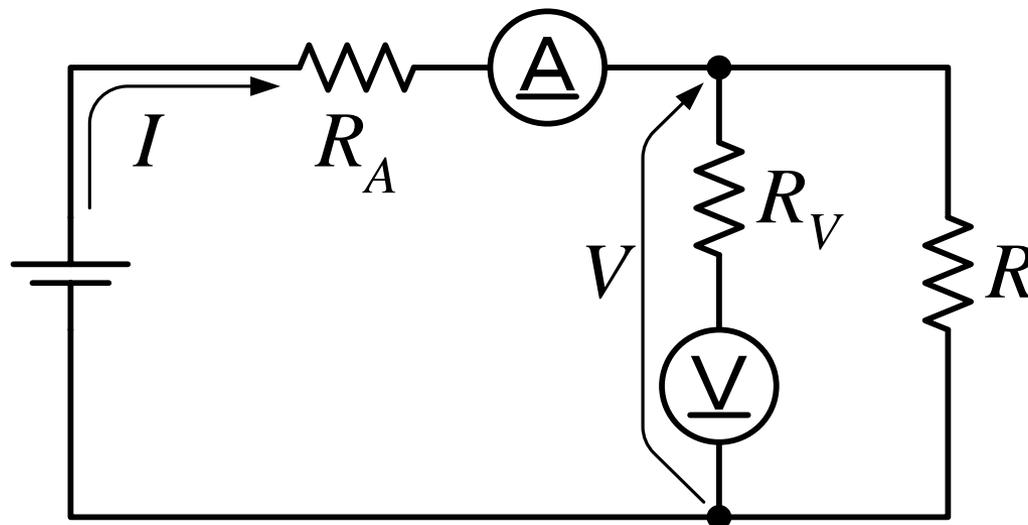
これを, 式(a4)に代入すると,

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{V}{IR} - 1 = \frac{I(R_A + R)}{IR} - 1 = \frac{R_A + R}{R} - 1 \\ &= \frac{R_A + R - R}{R} = \frac{R_A}{R} \quad (\text{a6}) \end{aligned}$$

直流回路の測定誤差(2題)

(ii) SWをbに入れたとき

内部抵抗を含む回路図を整理する。



抵抗 R による消費電力の真値 P_0 は,

$$P_0 = \frac{V^2}{R} \quad (\text{a7})$$

直流回路の測定誤差(2題)

測定誤差は、公式1から直ちに、

$$\varepsilon = \frac{P - P_0}{P_0} = \frac{P}{P_0} - 1 \quad (\text{a8})$$

これに、式(a1)(a7)を代入し、

$$\varepsilon = \frac{P}{P_0} - 1 = \frac{VI}{\left(\frac{V^2}{R}\right)} - 1 = \frac{VIR}{V^2} - 1 = \frac{IR}{V} - 1 \quad (\text{a9})$$

空欄Cの選択肢は、 R と R_V との分数であるから、この式の V と I が余計。

そこで、電圧 V に着目すると...

直流回路の測定誤差(2題)

並列抵抗 $R // R_V$ を電流 I が通る際の電位降下に等しいので,

$$V = I(R_V // R) = I \frac{R_V R}{R_V + R} \quad (\text{a10})$$

これを, 式(a9)に代入すると,

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{IR}{V} - 1 = \frac{IR}{I \frac{R_V R}{R_V + R}} - 1 = \frac{IR(R_V + R)}{IR_V R} - 1 \\ &= \frac{R_V + R}{R_V} - 1 = \frac{R_V + R - R_V}{R_V} = \frac{R}{R_V} \quad (\text{a11}) \end{aligned}$$

直流回路の測定誤差(2題)

さて、空欄Aは...

(空欄Bと空欄Cから、もう「2」しかないが)

SWをaに入れたとき、負荷抵抗 R と直列に電流計の内部抵抗 R_A が入る。

電流 I は、負荷抵抗 R だけではなく、内部抵抗 R_A によっても消費されるため、この分の電力が測定誤差となる。

正しい選択肢は2。